ACTA ECONOMICA
Година XII, број 21 / јул 2014.
ISSN 1512-858X, e-ISSN 2232-738X

СТРУЧНИ ЧЛАНАК
УДК: 336.02.01:519(4)
DOI: 10.7251/ACE1421141J
COBISS.SI-ID 4503320

Драган Јањић[1]

Практични оквир Блек-Шолсовог модела вредновања европске кол опције: економска и математичка интерпретација

The practical framework of the Black-Scholes model of pricing a european call option: economical and mathematical interpretation

Резиме

Још 1973. године и објављивањем рада под називом „Одређивање цијене опција и корпоративних обавеза" (The Pricing of Options and Corporate Liabilities), Блек Фишер и Мајрон Шолс су направили револуцију у свијету финансија. Дакле, они су развили модел за вредновање опција, познатији као Блек-Шолсов модел. Као такав, модел се данас налази у самом средишту економске теорије и савремених финансија. Такође, неопходно је истаћи и рад Роберта Мертона који је дао математичко објашњење датог проблема. За допринос развоју економске теорије Мајрон Шолс и Роберт Мертон су 1997. године добили Нобелову награду за економију, док је Блека Фишера 1995. године смрт омела да и он добије заслужено признање.

Блек-Шолсов модел вредновања опција омогућава инвеститорима да стекну увид у разне тржишне процјене у виду волатилности цијене акција. С друге стране, познавање и разумијевање Блек-Шолсовог модела омогућава инвеститорима да ефикасно управљају ризиком, што ће у многоме допринијети перформансама и развоју њиховог инвестиционог портфолија.

[1] Студент другог циклуса студија, janjicd@ymail.com

Међутим, иако постоје разна оспоравања и критике од стране групе аутора везане за Блек-Шолсов модел вредновања опција, његова примјена у пракси је широка, јер Блек-Шолсов модел не полази од чињенице колико су претпоставке на којима се темељи одрживе у пракси, него од тога колика је моћ предвиђања самог модела.

Кључне ријечи: *Кол опција, Б/С модел, интринзична вриједност и цијена опције.*

Summary

Starting in 1973 with publishing the paper The pricing of Options and Corporate Liabilities, Fischer Black and Myron Scholes made a revolution in the world of finances. They developed a model for pricing of options called Black-Scholes model, which is nowadays placed in the middle of the economic theory and modern finances. Also, it is important to emphasize the work of Robert Merton who gave a mathematical explanation of this problem. For developing economic theory Myron Scholes and Robert Merton have received Nobel prize in economics, while Black Fischer did not received deserved prize because he died in 1995.

Black-Scholes model of pricing of the options provides investor different market assessments of shares volatility. On the other hand, knowing and understanding Black-Scholes model enables investors to manage risk, which will develop their performances and the portfolio of investments.

Although there are different challenges and critics of a group of authors connecting Black-Scholes model of option pricing, its practical use is very wide, because Black-Scholes model does not begin with a fact how much the presumptions are practical sustainable, but how much the model itself can predict future values.

Keywords: *call option, B/S model, intrinsically value and option price*

Увод

Финансијски деривати, у првом реду опције, заузимају значајну позицију у финансијској теорији и пракси. Инвеститори користе финансијске деривате као ефикасно средство у управљању ризиком, што ће неспорно допринијети перформансама и развоју њиховог инвестиционог портфолија. Међутим, свједоци смо да је на тржишту деривата погрешна употреба финансијских деривата у посљедњих неколико година довела до вишемилионских губитака за инвеститоре. Према томе, финансијски деривати су врло „осјетљива“ категорија финансијских инструмената, јер када се финансијски деривати правилно користе могу да представљају заиста добро средство у управљању ризиком: међутим када се погрешно користе, могу да изазову огромне губитке за инвеститоре.

Опције су изведене хартије од вриједности и представљају условно право, али не и обавезу да се купи или прода одговарајућа актива по унапријед уговореној фиксној цијени до тачно одређеног датума у будућности. У финансијској теорији и пракси постоје различите врсте опција, али ће у фокусу интересовања овог рада бити кол опција европског типа. Кол опција европског типа даје право купцу опције да купи одговарајућу активу од исписника опције, по унапријед дефинисаној фиксној извршној цијени на датум доспијећа опције. За разлику од кол опције америчког типа која се може реализовати на било који датум до доспијећа опције, кол опција европског типа се може реализовати само на датум доспијећа опције. Према томе, америчке опције су увијек вредније од европских опција.

Један од највећих изазова савремене финансијске теорије и праксе јесте процес вредновања опција. Круцијални проблем вредновања опција јесте тај што се вриједност опције одређује на основу тржишне цијене основне активе у моменту закључивања уговара, а не кроз процес дисконтовања, као што је то случај са основним хартијама од вриједности (као што су нпр. акције и обвезнице). У пракси се користе различити модели за вредновања опција, као што су нпр: биномни модел, Блек-Шолсов (енгл. *Black-Scholes*) модел, модел заснован на скоковитим процесима и Мертонов модел. Међутим, за разумијевање модела вредновања опција потребно је заиста добро познавање математике и статистике. У домену овог рада је практична примјена Блек-Шолсовог модела приликом вредновања европске кол опције на акције компаније ИБМ, па ће наредни дио текста бити посвећен том моделу вредновања опција. Такође, резултати и чињенице које су приказане у овом раду би требале бити од користи како студентима, тако и академским истраживачима, теоретичарима и свим инвеститорима на финансијском тржишту.

1. Појам и основне карактеристике Блек-Шолсовог модела вредновања европске кол опције

У финансијској литератури опције (енгл. *option*) се често дефинишу као изведене хартије од вриједности и представљају условно право, али не и обавезу да се купи или прода одговарајућа актива, по унапријед уговореној фиксној цијени, до тачно одређеног датума у будућности. Такође, за опције се често каже да представљају контигентно (условно) право на друге облике активе.

Хронолошки посматрано, први почеци развоја послова са опцијама везани су за двадесете године деветнаестог вијека. У том периоду на Лондонској берзи су се обављали послови који су по својим карактеристикама били најсличнији пословима са опцијама, да би већ средином 20. вијека на Чикашкој робној берзи развијен систем робних опција. Са друге стране, финансијске опције су новијег датума, а прва трговина финансијским опцијама организована је у априлу 1973. године у Чикагу, да би већ 1976. године основана берза опција у Хонг Конгу. Такође, важно је истаћи да је у Европи 1978. године основана берза опција у Амстердаму, 1982. године у Лондону, а 1987. године у Паризу (Радивојац, 2013). Данас, финансијске опције постају све популарније у пракси, јер се њихово учешће у обиму трговања сваким даном повећава.

Међутим, важно је истаћи да један од највећих изазова савремене финансијске теорије и праксе у посљедњих четрдесет година јесте управо процес вредновања опција. Дакле, круцијални проблем вредновања опција јесте тај што се вриједност опције одређује на основу тржишне цијене основне активе у моменту закључивања уговора, а не кроз процес дисконтовања, као што је то случај са основним хартијама од вриједности, као што су нпр. акције и обвезнице. У пракси се примјењују различити модели за вредновања опција, као што су нпр.: биномни модел, Блек-Шолсов (енгл. *Black-Scholes*) модел, модел заснован на скоковитим процесима и Мертонов модел. У домену овог рада је Блек-Шолсов модел вредновања европске кол опције, па ће наредни дио текста бити посвећен том моделу.

1.1. Интринзична и временска вриједност кол опције

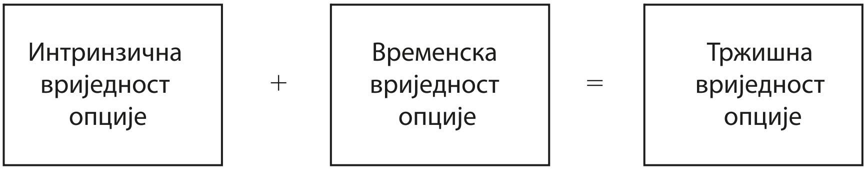
Да би приступили вредновању опције примјеном Блек-Шолсовог модела, потребно је схватити суштину вриједности опције. Свака опција има двије вриједности које је детерминишу, а то су: временска вриједност кол опције и интринзична вриједност (унутрашња вриједност). Унутрашња вриједност кол опције представља разлику између тренутне тржишне цијене активе и извршне цијене која је дефинисана у уговору. То се математички може приказати на сљедећи начин:

$$V_c = S_0 - X$$

Гдје је: V_c - интринзична вриједност, S_0- тренутна тржишна цијена активе, X - извршна цијена која је дефинисана у уговору.

Са друге стране, опциона премија или тржишна вриједност кол опције је увијек већа од њене интринзичне вриједности, јер би у супротном инвеститори кроз процес арбитраже куповали опције и извршавали исте, уз остваривање профита без постојања ризика. То се може доказати сљедећим практичним примјером.[2] Цијена акције компаније Епл (енгл. *Apple Inc. - AAPL*) на дан 2.5.2014. године износи 592,3799 УСД (извор: *National Association of Securities Dealers Automated Quotations* -Nasdaq). Уколико пођемо од претпоставке да извршна цијена у опционом уговору износи 580 УСД, у том случају ће интринзична вриједност износити 12,3799 УСД. С друге стране, уколико би опциона премија била мања од интринзичне вриједности и износила нпр. 10 УСД, тада би инвеститорима било повољније да купују акције путем опција и извршавају исте, јер ће остварити зараду у износу од 2,3799 УСД по акцији, односно 237,99 УСД по опционом уговору. Међутим, да се такве ствари не би дешавале, у пракси опциона премија је увијек већа од интринзичне вриједности опције, односно у нашем случају опциона премија ће бити већа од 12,3799 УСД по једној акцији. Позитивна разлика између тржишне вриједности кол опције и њене интринзичне вриједности се назива временска премија. Сходно томе намеће се закључак да се тржишна вриједност опције састоји из њене интринзичне вриједности и временске премије, што је приказано на сљедећој слици:

Слика 1.1.
Структура тржишна вриједности опције



Временска премија кол опције искључиво зависи од кретања цијене основне активе до рока доспијећа опције (Јањић, 2014). Према томе, уколико инвеститори у будућности очекују раст интринзичне вриједности[3], они су спремни да плате већу временску премију и обрнуто. Кретање цијене опције и њене интринзичне вриједности, приказано је на сљедећој слици (Black и Scholes, 1973).

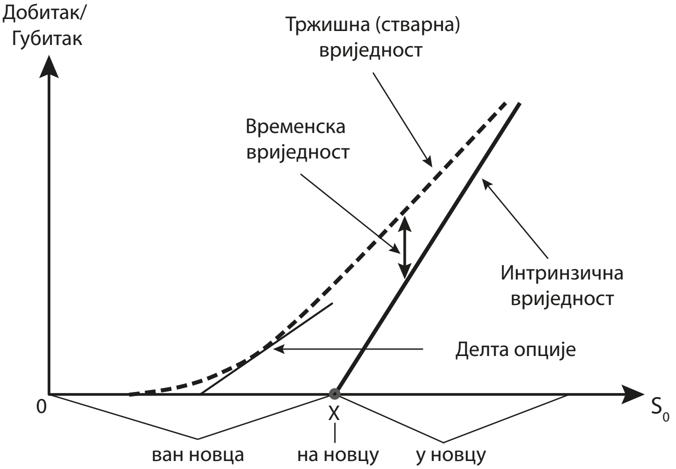
Анализом слике 1.2. намеће се закључак да испрекидана линија показује тржишну (стварну) вриједност опције, док пуна линија показује интринзичну вриједности опције. Такође, може се констатовати да је тржишна

[2] Примјер се односи на америчке опције.

[3] Раст интринзичне вриједности је искључиво генерисан растом тржишне цијене основне активе.

вриједност кол опције позитивна и ако је опција ван новца,[4] јер се у будућности очекује раст цијена основне активе и на тај начин пружа се могућност остваривања профита. Оно што можемо уочити јесте да се са великим растом цијена тржишна вриједност приближава интринзичној вриједности, те се смањује временска вриједност опције. Међутим, то је управо из разлога што постоји вјероватноћа да ће кол опција бити извршена до доспијећа.[5]

Слика 1.2.
Блек-Шолсова вриједносна крива кол опције



На графикону 1.2. можемо констатовати је нагиб тржишне вриједности опције делта опције[6]. Делта опције[7] нам показује за колико ће се промијенити цијена опције, ако цијена основне активе порасте за једну новчану јединицу (Bodie и др., 2009). Односно, она нам показује да ће за јединични раст цијене основне активе раст цијене опције бити мањи од један.

Сходно претходном излагању, можемо констатовати да је интринзична вриједност минимална вриједност кол опције и представља њену доњу границу, што се може математички приказати на сљедећи начин:

$$\min C = \max(S_0 - X; 0)$$

[4] Опција ће бити у новцу (енгл. *in the money*) уколико свом власнику доноси одговарајућу зараду. Опција ће бити на новцу (енгл. *at the money*) уколико је цијена извршења опције, која је дефинисана у опционом уговору, једнака текућој тржишној цијени активе. Са друге стране, опција ће бити ван новца (енгл. *out of the money*), уколико свом власнику не доноси никакву зараду, односно уколико извршење опције није профитабилно

[5] Констатација важи искључиво за америчку кол опцију.

[6] У литератури се често може срести назив хеџ рацио.

[7] Делта кол опције је позитивне вриједности, док је делта пут опције негативне вриједности (због негативног нагиба стварне вриједности пут опције).

Гдје је: min C – минимална цијена кол опције, S_0- тренутна тржишна цијена активе, X - извршна цијена која је дефинисана у уговору.

Међутим, кол опција не може имати већу тржишну вриједност од тржишне цијене основне активе, јер није логично куповати имовину путем опције, када се то може учинити на тржишту по нижој цијени. Према томе, тржишна цијена активе је максимална вриједност кол опције и представља њену горњу границу, што се може математички приказати на сљедећи начин:

$$\max C = S_0$$

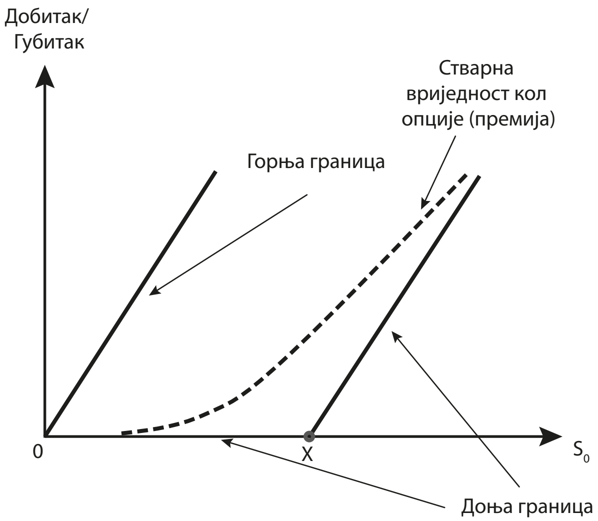
Гдје је: max C – максимална цијена кол опције, а S_0- тренутна тржишна цијена активе.

Сходно томе, констатујемо да опциона премија никада не може бити већа од тржишне цијене активе, а исто тако не може бити нижа од њене интринзичне вриједности. То се математички може приказати на сљедећи начин:

$$S_0 > C > \max(S_0 - X; 0)$$

Графички приказ кретања опционе премије кол опције, може се видјети на сљедећој слици.

Слика 1.3.
Кретање опционе премије кол опције



Анализом претходног графикона намеће се закључак да се тржишна вриједност (опциона премија) кол опције увијек налази између њене максималне и минималне вриједности, односно тржишне цијене основне активе и интринзичне вриједности.

1.2. Извођење Блек - Шолсовог модела вредновања европске кол опције

Још 1973. године и објављивањем рада под називом *The Pricing of Options and Corporate Liabilities,* Блек Фишер и Мајрон Шолс су направили револуцију у свијету финансија. Дакле, они су направили модел за вредновање опција, који се и данас користи у пракси. Такође, неопходно је истаћи и рад Роберта Мертона који је дао математичко објашњење датог проблема. Мајрон Шолс и Роберт Мертон су 1997. године добили Нобелову награду за економију. Нажалост, Блек Фишер није добио заслужену Нобелову нагрду због смрти 1995. године.

Блек–Шолсов модел (енгл. *Black-Scholes model*) полази од одговарајућих претпоставки, а то су: непостојање трансакционих трошкова, могућност кориштења прихода од продаја на кратко и неограничена могућност давања и узимања средстава у зајам по краткорочној каматној стопи. Поред ових претпоставки, потребно је навести још неке специфичне претпоставке које се везују за сам модел, а то су: варијанса стопе приноса на акцију је константна током вијека опције и да је позната учесницима на тржишту, да је краткорочна каматна стопа позната, константна током вијека опције и једнака за давање, као и за узимање у зајам, да је ималац опције заштићен од цјеновних импликација исплата прихода по основу посједовања акције (да нема исплата дивиденди), да су приноси на акцију, током ограниченог временског периода, логнормално распоређени (Шошкић, 2006).

Након дефинисања претпоставки на којима се темељи Блек – Шолсов модел, можемо приступити извођењу Блек–Шолсов модела. У овом моделу кол опција, која је закључена у тренутку 0 и доспијева у тренутку T, може се процијенити у тренутку $t\in[0;T]$. Овдје примјећујемо да је $\tau=T-t$. Такође, већ смо истакли да се безризична каматна стопа не мијења у овом периоду, односно да важи за било који датум доспијећа. Са друге стране, безризична каматна стопа је иста за инвестиције, као и за кредит. Међутим, полазимо од стохастичке диференцијалне једначине, која моделира кретање цијена акција и може се приказати сљедећим математичким обликом (изведено према: Esch, др. 2005):[8]

[8] Рјешење претходне стохастичке диференцијалне једначине је процес геометријског Брауновог кретања (опширније о геометријском Брауновом кретању, погледати: Jorion, 2003).

$$\frac{dS_t}{S_t} = E_R \cdot dt + \sigma_R d\omega_t$$

У почетку ћемо успоставити *Блек Шолсову* формулу за вредновање кол опција, чија се вриједност дефинише као функција вриједности S_t и времена t, док се остали параметри сматрају константним, односно третирају се као *знане* константе. То се може записати сљедећим математичким обликом:

$$C_t = C\left(S_t, t\right)$$

Ако примијенимо Итову формулу, добијамо сљедећи математички израз (опширније о Итовој леми, погледати: Luenberger, 1998):

$$dC\left(S_t, t\right) = \left(C_t^{'} + E_R S_t C_s^{'} + \frac{\sigma_R^2}{2} S_t^2 C_{ss}^{''}\right) \cdot dt + \sigma_R S_t C_S^{'} \cdot d\omega_t$$

С друге стране, уколико се узме портфолијо који се у тренутку t састоји од куповине *P* акција по S_t и продаји (понуди) једне кол опције, чија је вриједност изражена математичким обликом $C(S_t, t)$, вриједност портфолија можемо представити сљедећом математичком интерпретацијом:

$$V_t = P \cdot S_t - C\left(S_t, t\right)$$

Диференцијацијом, добијамо:

$$\begin{aligned} dV_t &= P \cdot \left(E_R S_t \cdot dt + \sigma_R S_t \cdot d\omega_t\right) - \left[\left(C_t^{'} + E_R S_t C_s^{'} + \frac{\sigma_R^2}{2} S_t^2 C_{ss}^{''}\right) \cdot dt + \sigma_R S_t C_S^{'} \cdot d\omega_t\right] \\ &= \left[P \cdot E_R S_t - \left(C_t^{'} + E_R S_t C_s^{'} + \frac{\sigma_R^2}{2} S_t^2 C_{ss}^{''}\right)\right] dt + \left(P \sigma_R S_t + \sigma_R S_t C_S^{'}\right) d\omega_t \end{aligned}$$

Сходно претходном математичком облику, изабраћемо P тако да портфолио нема више никакве случајне компоненте (коефицијент $d\omega_t$ у претходном односу мора да буде једанак нула). Хипотеза о одсуству арбитраже налаже, да принос на протфолио треба бити у висини безризичне стопе *r*. Сходно томе, слиједи наредна математичка интерпретација:

$$\frac{dV_t}{V_t} = r \cdot dt + 0 \cdot d\omega_t$$

Стога долазимо до сљедећег математичког облика (изведено према: Esch и др. 2005):

$$\begin{cases} \dfrac{P \cdot E_R S_t - \left(C_t^{'} + E_R S_t C_s^{'} + \dfrac{\sigma_R^2}{2} S_t^2 C_{ss}^{''} \right)}{PS_t - C\left(S_t, t\right)} = r \\ \dfrac{P\sigma_R S_t + \sigma_R S_t C_S^{`}}{PS_t - C\left(S_t, t\right)} = 0 \end{cases}$$

или на исти начин,

$$\begin{cases} P \cdot \left(E_R - r\right) S_t - \left(C_t^{'} + E_R S_t C_s^{'} + \dfrac{\sigma_R^2}{2} S_t^2 C_{ss}^{''} - rC\left(S_t, t\right) \right) = 0 \\ P - C_S^{'} = 0 \end{cases}$$

Друга једначина даје вриједност P, који поништава случајне компоненте портфолија: P=C`$_S$. Ако направимо супституцију (замјену) у првој једначини, добијамо сљедећи математички облик:

$$\left(E_R - r\right) \cdot C_S^{'} \cdot S_t - \left(C_t^{'} + E_R S_t C_s^{'} + \frac{\sigma_R^2}{2} S_t^2 C_{ss}^{''} - rC\left(S_t, t\right) \right) = 0$$

Односно, другим ријечима:

$$C_t^{'} + rS_t C_S^{'} + \frac{\sigma_R^2}{2} S_t^2 C_{ss}^{''} - rC\left(S_t, t\right) = 0$$

Сада тражимо парцијални извод једначине за непознату функцију C(S$_t$,t). Међутим, овде имамо два ограничења, а то су:

$$C\left(0, t\right) = 0$$
$$C\left(S_T, T\right) = S_T - X$$

Смјеном промјенљивих (варијабли), Блек-Шолсова парцијална диференцијална једначина се може трансформисати у класичну једначину *провођења топлоте*, за коју је познато фундаментално рјешење. Полазећи од математичке претпоставке гдје је u(x,s) = C(S$_t$,t)e^{rt}, слиједи (изведено према: Esch и др. 2005):

$$\begin{cases} S_t = X \cdot \exp\left[\dfrac{\sigma_R^2\left(x-s\right)}{2\left(r-\dfrac{\sigma_R^2}{2}\right)}\right] \\ t = T - \dfrac{s\sigma_R^2}{2\left(r-\dfrac{\sigma_R^2}{2}\right)^2} \end{cases}$$

Гдје је:

$$\begin{cases} x = \dfrac{2}{\sigma_R^2}\left(r-\dfrac{\sigma_R^2}{2}\right)\cdot\left[\ln\dfrac{S_t}{X}+\left(r-\dfrac{\sigma_R^2}{2}\right)\tau\right] \\ s = \dfrac{2}{\sigma_R^2}\left(r-\dfrac{\sigma_R^2}{2}\right)^2\tau \end{cases}$$

На основу претходне математичке интерпретације, једначина се своди на: $u_{xx}^{``} = u_s^{`}$. Односно, сагласно граничним условима, слиједи:

$$\begin{cases} \lim\limits_{n\to-\infty} u(x,s) = 0 \\ u(x,0) = v(x) = \begin{cases} X\cdot\left[\exp\left(\dfrac{\dfrac{x\sigma_R^2}{2}}{r-\dfrac{\sigma_R^2}{2}}\right)-1\right] & ako\ \ je: \quad x \geq 0 \\ 0 & ako\ \ je: \quad x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

Рјешење овог проблема је дато сљедећом математичком релацијом:

$$u(x,s) = \frac{1}{2\sqrt{\pi s}}\int_{-\infty}^{+\infty} v(y)e^{\frac{-(x-y)^2}{4s}}dy$$

Након израчунавања овог интеграла и враћањем смјена, добијамо коначно рјешење Блек-Шолсовог модела европске кол опције, што се може интерпретирати на сљедећи начин (изведено према: Esch и др. 2005):

$$C_t = S_t N\left(d_1\right) - Xe^{-r\left(T-t\right)}N\left(d_2\right)$$

Гдје је:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(\left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)\right)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)\right)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

односно, d_2 једноставније можемо записати на сљедећи начин:

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Формула функције нормалне дистрибуције се може записати на сљедећи начин (Hull, 2006):

$$N(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d} e^{\frac{-x^2}{2}} dx$$

Гдје је:

- $(T\text{-}t)$ - Вријеме до доспијећа,
- C_t - Текућа вриједност кол опције,
- S_t - Текућа цијена акције,
- X - Цијена извршења опције,
- r - Неризична каматна стопа за континуирано укамаћивање,
- σ - Стандардна девијација акције,
- $N(d_1)$ - Вјероватноћа да ће нормално дистрибуирана вриједност са нултом просјечном вриједношћу и стандардном девијацијом која износи један имати мању вриједност или једнаку d_1,
- $N(d_2)$ - Вјероватноћа да ће нормално дистрибуирана вриједност са нултом просјечном вриједношћу и стандардном девијацијом која износи један имати мању вриједност или једнаку d_2.

Међутим, због карактеристика европске кол опције, гдје се опција може реализовати само на датум доспијећа, намеће се закључак да је t=0. Сходно томе, Блек – Шолсова формула за вредновање европске кол опције може се записати и на сљедећи начин:

$$C_0 = S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(\left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T\right)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T\right)}{\sigma\sqrt{T}}$$

односно, d_2 једноставније можемо записати на сљедећи начин:

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Дакле, овдје се намеће закључак да „d“ представља податак на основу кога можемо сазнати који је дио површине испод криве нормалног распореда смјештен лијево од тачке „d“, што се може видјети на слици број 1.4. (Видјети: Bodie и др. 2009).

Слика 1.4.
Крива нормалног распореда

На основу анализе слике 1.4. можемо констатовати да осјенчени дио испод криве нормалног распореда означава дио површине испод криве нормалног распореда који је смјештен лијево од тачке d, односно представља N(d). С друге стране, анализом Блек-Шолсове формуле можемо да изнесемо и сљедеће закључке (Bodie и др. 2009):

– Ако чланови N(d_1) и N(d_2) теже ка 1, а чланови N(-d_1) и N(-d_2) теже ка 0, онда постоји велика вјероватноћа да ће кол опција бити извршена,

јер је вриједност опције једнака S_0-Xe^{-rt}, а то одговара разлици текуће цијене акције и садашње вриједности цијене извршења, што се у литератури назива коригована интринична вриједност.
– У супротном, ако $N(d_1)$ и $N(d_2)$ теже ка 0, а $N(-d_1)$ и $N(-d_2)$ теже ка 1, тада опција готово сигурно неће бити реализована, односно опција је безвриједна.

Ако узмемо у обзир анализу параметара који детерминишу Блек-Шолсов модел, констатујемо сљедеће:

– Да ће са повећањем текуће тржишне цијене, стандардне девијације, каматне стопе на тржишту и периода трајања опционог уговора с једне стране и смањењем цијене извршења с друге стране, доћи до повећања вриједности кол опције,
– Да ће са смањењем текуће тржишне цијене, стандардне девијације, каматне стопе на тржишту и периода трајања опционог уговора са једне стране и повећањем цијене извршења са друге стране, доћи до смањења вриједности кол опције.

Такође, анализом Блек-Шолсовог модела можемо закључити да укупно пет параметара утичу на вриједност кол опције, а то су: тржишна цијена акције, цијена извршења, рок доспијећа опције, каматна стопа и стандардна девијација. Тржишна цијена акције, цијена извршења и рок доспијећа опције су унапријед познати јер су јасно прецизирани у опционом уговору, док каматна стопа на тржишту представља каматну стопу на тржишту новца, која има рок доспијећа који је једнак року доспијећа саме кол опције. Са друге стране, стандардна девијација приноса на акцију се не може директно утврдити и може се процијенити искључиво на основу историјских података, анализе исхода или цијена других опција (Bodie и др. 2009). Сходно чињеници да се стандардна девијација не може директно утврдити, увијек постоји могућност одступања цијене опције од вриједности опције која се утврђује примјеном Блек–Шолсовог модела. Одступање цијене од вриједности опције је резултат грешке у процјени волатилности саме акције. Међутим, ако се пође од супротне претпоставке, долази се до тврдње која указује на сљедеће питање: која је стандардна девијација неопходна да тржишна цијена опције буде у складу вриједношћу опције која се утврђује примјеном Блек – Шолсовог модела, односно која је стандардна девијација неопходна да би цијена опције била једнака њеној вриједности? Сходно томе, стандардна девијација акције коју имплицира тржишна вриједност кол опције се назива имплицитна волатилност.[9] Једноставније речено, стандардна девијација приноса на акцију, која је у складу са тржишном вриједношћу кол

[9] *Chicago Board Options Exchange* редовно рачуна имплицитну волатилност главних индекса акција, као што је нпр. индекс S&P500.

опције се назива имплицитна волатилност (Bodie и др. 2009). Према томе, инвеститори могу утврдити да ли је стандардна девијација приноса акције већа, мања или једнака имплицитној волатилности, гдје се на основу тога могу изнијети сљедећи закључци:

- Ако је стандардна девијација приноса акције (стварна волатилност) већа од имплицитне волатилности, у том случају правична цијена опције (вриједност опције која се утврђује примјеном Блек–Шолсовог модела) је већа од садашње тржишне цијене опције, што представља повољну прилику за куповину, јер је опција потцијењена и може се очекивати раст цијене опције на тржишту у блиској будућности,
- Ако је стандардна девијација приноса акције (стварна волатилност) мања од имплицитне волатилности, у том случају правична цијена опције (вриједност опције која се утврђује примјеном Блек – Шолсовог модела) је мања од садашње тржишне цијене опције, што представља повољну прилику за продају опције, јер је опција прецијењена и може се очекивати пад цијене опције на тржишту у блиској будућности.

Међутим, ако упоредимо двије опције на исту акцију, које имају исти датум доспијећа али различите извршне цијене можемо констатовати да ће она опција која има већу имплицитону волатилност бити скупља, јер је потребна већа стандардна девијација да оправда њену цијену и обрнуто. Сходно томе, можемо закључити да ће инвеститори куповати опције са мањом имплицитном вриједности, а продавати (издавати) опције са већом имплицитном вриједности (Bodie и др. 2009).

2. Практична примјена Блек-Шолсовог модела приликом вредновања европске кол опције

У овом дијелу текста примијенићемо теоријске постулате Блек - Шолсовог модела приликом вредновања европске кол опције на акције компаније ИБМ (енгл. *International Business Machines Corporation* - IBM). ИБМ је једна од најуспјешнијих компанија у свијету из области информационих технологија. Цијена акције компаније ИБМ на Њујоршкој берзи дана 11.5.2014. године у 14 часова и 23 минута по средњоевропском времену износи 190,08 УСД (Извор: NYSE). Кретање цијене акције компаније ИБМ у последње двије године може се видјети на слици 2.1.

Слика 2.1.

Кретање цијене акције компаније ИБМ у периоду од 11.5.2012. до 11.5.2014. године

Извор: www.finance.yahoo.com

На основу претходне слике, која показује кретање цијене акције компаније ИБМ, може се уочити да се цијена акције кретала у интервалу од 172,84 УСД колико је износила дана 04.02.2014. године до 215,80 УСД колико је износила дана 14.3.2013. године на затварању. Међутим, да би могли у потпуности сагледати и анализирати кретање цијена акција компаније ИБМ, потребно је извршити њихово поређење са кретањем неких од референтних берзанских индекса, као што су: *S&P 500, Nasdaq* и *Dow Jones Industrial Average.*[10]

Слика 2.2.

Поређење кретања цијене акције компаније ИБМ са кретањем берзанских иднекса S&P 500, Nasdaq и Dow Jones Industrial Average

Извор: www.finance.yahoo.com

[10] Берзански индекси су индикатори тржишта који показују кретање финансијског тржишта, а рачунају се као пондерисани просјек цијене и обима трговине.

Посматрајући приносе у посљедње двије године, намеће се закључак да историјски принос на акције -ХПР (енгл. *Holding-period return -HPR*) компаније ИБМ има мање варијације у односу на принос неког тржишног портфолија, што је у нашем случају принос на берзанске индексе *S&P 500, Nasdaq и Dow Jones Industrial Average.* Дакле, слика 2.2. представља еклатантан примјер ниске бете која за компанију ИБМ износи 0.68 (извор: www.finance.yahoo.com).[11] Низак бета коефицијент је искључиво генерисан ниским коефицијетном корелације (између приноса на акције компаније ИБМ и приноса референтниих берзанских индекса) и ниском стандардном девијацијом приноса на акције компаније ИБМ, која за период од 24.04.2013. године до 11.5.2014. године износи 1,09%. Претходне анализе су неопходне када се ради о инвестицијама било које врсте, а такође када се ради о куповини кол опције европског типа.

Међутим, сада ћемо пажњу усмјерити искључиво на процес вредновања европске кол опције на акције компаније ИБМ, примјеном Блек-Шолсовог модела. На основу анализе која је презентована у претходном параграфу, констатовано је да цијена акције компаније ИБМ износи 190,08 УСД (S_0=190,08), а да стандардна девијација приноса износи 1,09% (σ=0,0109). Овдје полазимо од претпоставке да је кол опција емитована 11.5.2014. године, а да је датум доспијећа европске кол опције 11.10.2014. године (што је јасно прецизирано опционим уговором). Такође, ако пођемо од претпоставке да цијена извршења европске кол опције износи 187,5 УСД (X=187,5), а да безризична каматна стопа износи 3% (r=0,03), опциона премија примјеном Блек-Шолсовог модела се рачуна на сљедећи начин:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{190,08}{187,5}\right) + \left(\left(0,03 + \frac{1}{2}0,0109^2\right)0,5\right)}{0,0109\sqrt{0,5}} = 3,723130407$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{190,08}{187,5}\right) + \left(\left(0,03 - \frac{1}{2}0,0109^2\right)0,5\right)}{0,0109\sqrt{0,5}} = 3,715422943$$

[11] Бета коефицијент који износи 0,68 показује, да када се стопа приноса тржишног портфолија (у нашем случају то је стопа приниса на берзанске индексе: *S&P 500, Nasdaq и Dow Jones Industrial Average*) повећа или смањи за 1 проценат, тада ће се стопа приноса на акције компаније ИБМ повећати или смањити за 0,68 процента. То практично значи да компанија ИБМ има мањи системски ризик у односу на тржишни портфолио, односно да је акција ИБМ-а мање ризична од тржишта. Међутим, ако упоредимо приносе на акције компаније ИБМ и принос који одбације S&P 500, у периоду од 24.04.2013. до 11.5.2014. године, можемо констатовати да бета кефицијент за тај период износи 0,77952295, што дефинитивно потврђује чињеницу да се ради о дефанзивној инвестицији.

односно, d_2 једноставније можемо записати на сљедећи начин:

$$d_2 = 3,723130407 - 0,0109\sqrt{0,5} = 3,715422943$$

Након што смо израчунали d_1 и d_2, слиједи рачунање $N(d_1)$ и $N(d_2)$. $N(d_1)$ и $N(d_2)$ ћемо израчунати на основу интеграла, који смо дефинисали у претходном поглављу. То се може математички интерпретирати на сљедећи начин:[12]

$$N\left(d_1\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_1} e^{\frac{-x^2}{2}} dx = 0,999902$$

$$N\left(d_2\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_2} e^{\frac{-x^2}{2}} dx = 0,999899$$

Сада приступамо рачунању опционе премије примјеном Блек-Шолсовог модела, на сљедећи начин:

$$C_0 = 190,08 \cdot 0,999902 - 187,5e^{-0,03 \cdot 0,05} \cdot 0,999899 = 5,37154587$$

Опциона премија износи 5,3715 УСД по једној акцији, односно 537,15 УСД по опционом уговору. Овдје се такође може уочити да је опциона премија већа од интринзичне вриједности опције која износи 2,58 УСД (190,08-187,5), а да временска премија у нашем случају износи 2,79154587 УСД (5,3715-2,58), по једној акцији.

На примјеру компаније ИБМ је приказана практична примјена Блек-Шолсовог модела приликом вредновања европске кол опције. Сходно томе, користећи исту методологију, може се израчунати опциона премија за било коју опцију европског типа.

Закључак

Опције се у литератури често дефинишу као изведене хартије од вриједности и представљају условно право, али не и обавезу да се купи или прода одговарајућа актива по унапријед уговореној фиксној цијени до тачно одређеног датума у будућности. Хронолошки посматрано први почеци развоја послова са опцијама везани су за двадесете године деветнаестог вијека. У том периоду на Лондонској берзи су се обављали послови који су по својим карактеристикама били најсличнији пословима са опцијама,

[12] N(d) се може израчунати примјеном статистичких таблица кумулативне нормалне расподјеле или примјеном екселових функција.

да би већ средином 20. вијека на Чикашкој робној берзи развијен систем робних опција. Са друге стране, финансијске опције су новијег датума, а прва трговина финансијским опцијама организована је у априлу 1973. године. Правни односи између купца и продавца опције приликом емисије опције, регулишу се опционим уговором. Према томе, опциони уговор представља исходиште послова са опцијама и као високо стандардизовани документ садржи сљедеће елементе: тип активе на коју се опција односи, цијену извршења опције, рок доспијећа опције и опциону премију. Постоје и различити критеријуми за класификацију опција. Међутим, са аспекта преференција финансијских аналитичара, опције можемо класификовати на сљедећи начин: према заузетој инвестиционој позицији, према могућности реализације опционог уговора, са аспекта активе која је предмет опционог уговор, према времену трајања опције и према степену покривености основном имовином. Са аспекта опционе анализе један од најважнијих критеријума је класификација према заузетој инвестиционој позицији, гдје опције можемо подијелити на кол опције и пут опције.

Кол опција даје право купцу опције да купи одговарајућу активу од исписника опције, по унапријед дефинисаној фиксној извршној цијени на датум доспијећа или прије тог датума. Са аспекта купца, кол опција ће бити у новцу (енгл. *in the money*) уколико је тржишна цијена основне активе већа од цијене извршења и само у том случају купац кол опције ће искористити право из опције. С друге стране, уколико тржишна цијена активе на коју опција гласи буде мања од цијене извршења, купац кол опције неће искористити право из опције и оствариће максимални губитак у висини плаћене опционе премије продавцу опције.

Међутим, тржиште опција може бити организовано као ванберзанско и берзанско тржиште опција. Ванберзанско тржиште опција је почело да функционише још прије 1973. године, када је обављено прво организовано трговање опционим уговорима у Чикагу. Главна предност ванберзанског тржишта је та што се поједини дијелови опционог уговора, као што су нпр. цијена извршења, датум доспијећа и број акција, могу прилагодити потребама инвеститора и њиховим специфично креираним портфолијима. Сходно томе, ванберзанске опције нису стандардизоване, нису ликвидне и често су резултат приватних договора. Са друге стране, пракса показује да се данас опцијама најчешће тргује на организованим берзама. Берзанска трговина опцијама подразумијева стандардизацију самих опција, чиме се повећава обим трговине сваком појединачном опцијом, што резултира смањењем трансакционих трошкова и тржиште чини много конкурентнијим. Такође, у пракси трговина опцијама се обавља на различите облике активе, као што су: опције на акције, опције на берзанске индексе, опције на валуте, опције на фјучерс уговоре, каматне опције итд. Овдје је потребно је истаћи да веома важну улогу у трговању опцијама има клириншка кућа, која је у заједничком власништву самих учесника на тржишту опција. Као таква, клириншка кућа посредује између купца и продавца опције и у пракси се често дефинише као купац опције пред продавцем и продавац опције пред купцем.

Процес вредновања опција је један од највећих изазова савремене финансијске теорије и праксе. Основни проблем код вредновања опција, јесте тај што се вриједност опције одређује на основу тржишне цијене основне активе у моменту закључивања уговара, а не кроз процес дисконтовања. У пракси се примјењују различити модели за вредновања опција, као што су нпр: биномни модел, Блек-Шолсов (енгл. *Black-Scholes*) модел, модел заснован на скоковитим процесима и Мертонов модел. Међутим, да би приступили вредновању опције примјеном Блек-Шолсовог модела, потребно је схватити суштину вриједности опције. Свака опција има двије вриједности које је детерминишу, а то су: временска вриједност кол опције и интринзична вриједност (унутрашња вриједност). Унутрашња вриједност кол опције представља разлику између тренутне тржишне цијене активе и извршне цијене која је дефинисана у уговору. Међутим природа опција је таква да је опциона премија увијек већа од њене интринзичне вриједности, јер би у супротном инвеститори кроз процес арбитраже куповали опције и извршавали исте, уз остваривање профита без постојања ризика. Позитивна разлика између између тржишне вриједности кол опције и њене интринзичне вриједности се назива временска премија.

Још 1973. године и објављивањем рада под називом *The Pricing of Options and Corporate Liabilities,* Блек Фишер и Мајрон Шолс су направили револуцију у свијету финансија. Дакле, они су направили модел за вредновање опција, који се и данас користи у пракси. Такође, неопходно је истаћи и рад Роберта Мертона који је дао математичко објашњење датог проблема. Мајрон Шолс и Роберт Мертон су 1997. године добили Нобелову награду за економију. Нажалост, Блек Фишер није добио заслужену Нобелову награду због смрти 1995. године. Блек–Шолсов модел полази од одговарајућих претпоставки, а то су: непостојање трансакционих трошкова, могућност кориштења прихода од продаја на кратко и неограничена могућност давања и узимања средстава у зајам по краткорочној каматној стопи. Међутим детаљном анализом Блек-Шолсове формуле можемо да изнесемо и сљедећи закључак: ако чланови $N(d_1)$ и $N(d_2)$ теже ка 1, а чланови $N(-d_1)$ и $N(-d_2)$ теже ка 0, онда постоји велика вјероватноћа да ће кол опција бити извршена, јер је вриједност опције једнака $S_0\text{-}Xe^{-rt}$, а то одговара разлици текуће цијене акције и садашње вриједности цијене извршења, што се у литератури назива коригована интринична вриједност. У супротном, ако $N(d_1)$ и $N(d_2)$ теже ка 0, а $N(-d_1)$ и $N(-d_2)$ теже ка 1, тада опција готово сигурно неће бити реализована, односно опција је безвриједна. Међутим, ако узмемо у обзир анализу параметара који детерминишу Блек Шолсов модел, констатујемо сљедеће: да ће са повећањем текуће тржишне цијене, стандардне девијације, каматне стопе на тржишту и периода трајања опционог уговора са једне стране и смањењем цијене извршења са друге стране, доћи до повећања вриједности кол опције, а да ће са смањењем текуће тржишне цијене, стандардне девијације, каматне стопе на тржишту и периода трајања опционог уговора са једне стране и повећањем цијене извршења са друге стране, доћи до смањења вриједности кол опције.

У практичном дијелу рада примијенили смо теоријске постулате Блек-Шолсовог модела приликом вредновања европске кол опције на акције компаније ИБМ. ИБМ је једна од најуспјешнијих компанија у свијету из области информационих технолохија. Након рачунања d_1 и d_2, услиједило је рачунање $N(d_1)$ и $N(d_2)$. Након израчунавања $N(d_1)$ и $N(d_2)$ и уврштавањем осталих параметара у Блек-Шолсов модел вредновања опција добили смо резултат који показује да опциона премија износи 5,3715 УСД по једној акцији, односно 537,15 УСД по опционом уговору. Сходно томе, може се уочити да је опциона премија већа од интринзичне вриједности опције која износи 2,58 УСД, а да временска премија износи 2,79154587 УСД.

На примјеру компаније ИБМ приказана је практична примјена Блек-Шолсовог модела приликом вредновања европске кол опције. Користећи исту методологију, може се израчунати опциона премија за било коју опцију европског типа.

Литература

Bodie, Z., Kane, A. i Marcus, J. A. (2009). *Основи инвестиција*. 6. изд. Београд: Дата Статус.

Brealey, A., Myers, C. S. & Marcus, J. Alan. (2007). *Osnove korporativnih financija*. Zagreb: Mate.

Black, F. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. Journal of Business, 45.

Van Horne, C. J. i Wachowicz, M. J. (2002). *Osnove financijskog menadžmenta.* 9. izd. Zagreb: Mate.

Damodaran, A. (2007). *Korporativne finansije*: *teorija i praksa*. Podgorica: MODUS – centar za statistička istraživanja i prognoze.

Ерић, Д. Д. (2003). *Финансијска тржишта и инструменти*. 2. измијењено и допуњено изд. Београд: Чигоја.

Esch, L., Kieffer, R. & Lopez, T. (2005). *Asset and Risk Management*. John Wiley & Sons Ltd.

Јањић, Д. (2013). Могућност примјене портфолио теорије на тржиштима капитала Средње и Југоисточне Европе. *Финансије*, 03(13), 53- 64.

Јањић, Д. (2014). Процјењивање тржишне вриједности опција примјеном биномног модела. *Финансије*, 01(14), 45- 51.

Yahoo Finance. (2014). *Stock Market*. Преузето 11.05.2014. са www.finance.yahoo.com.

Jorion, P. (2003). *Financial Risk Manager Handbook.* 2nd edit. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Luenberger, G. D. (1998). *Investment Science*. New York: Oxford University Press, Inc.

Микеревић, Д. (2010). *Напредни стратешки финансијски менаџмент*. 2. измијењено и допуњено изд. Бања Лука: Економски факултет, Финрар.

Микеревић, Д. (2009). *Финансијски менаџмент.* 2. измијењено и допуњено изд. Бања Лука: Економски факултет, Финрар.

National Association of Securities Dealers Automated Quotations. (2014). *Markets*. Преузето 11.05.2014. са www.nasdaq.com.

New York Stock Exchange. (2014). *International Business Machines Corporation*. Преузето 11.05.2014. са www.nyse.nyx.com.

Радивојац, Г. (2013). *Изазови и перспективе инвестирања на финансијским тржиштима у развоју*. Бања Лука: Економски факултет, Финрар.

Радивојац, Г. (2005). Опције и опциони уговори. *Финрар*, 8(5), 78 - 84.

Scholes, M. & Black, F. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81, (3), 637- 654.

The Wall Street Journal. (2014). *Index Options*. Преузето 11.05.2014. са www.europe.wsj.com.

Feibel, J. B. (2003). *Investment Performance measurement*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Hull, C. J. (2006). *Options, Futures and Other Derivatives,* 6th edit. New Jersey: Prentice Hall, Pearson Education International.

Chicago Board Options Exchange. (2014). *Кретање вриједности индекса S&P500.* Преузето 11.05.2014. са www.cboe.com.

Шошкић, Д. (2006). *Хартије од вредности: управљање портфолиом и инвестициони фондови.* 6 изд. Београд: Центар за издавачку делатност Економског факултета у Београду.